Descubriendo algoritmos desde la resolución de problemas

Pablo Beltrán-Pellicer
Sergio Martínez-Juste

Universidad de Zaragoza

Versión pre-print. Cítese como:

> Beltrán-Pellicer, P., & Martínez-Juste, S. (2025). Descubriendo algoritmos desde la resolución de problemas. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 110*, 7-12.

Introducción

En la Real Academia Española, el término *heurística*, que procede del griego *heurískein* -hallar, inventar- tiene tres acepciones diferentes como sustantivo: técnica de la indagación y del descubrimiento; búsqueda o investigación de documentos o fuentes históricas; en algunas ciencias, manera de buscar la solución de un problema mediante métodos no rigurosos, como por tanteo, reglas empíricas, etc. Cuando nos referimos al uso que se hace de este término en el ámbito educativo general y, en la educación matemática en particular, conviene matizar su significado. Diversos autores (Chernoff y Sriraman, 2020; Mousoulides y Sriraman, 2020) señalan precisamente la polisemia de *heurística* dentro de la educación matemática. Es clásica la definición de Polya (1965, p. 102) de heurística como:

> La heurística moderna trata de comprender el método que conduce a la solución de problemas, en particular, las operaciones mentales típicamente útiles en este proceso.

Estas operaciones mentales se refieren a técnicas basadas en experiencias previas de resolución de problemas, y que pueden ser útiles para abordar problemas genuinos, no ejercicios rutinarios, tales como "pensar en un problema similar", "descomponer el problema en partes", "construir una tabla", "dibujar una gráfica", etc.

Como la heurística se relaciona con técnicas indagatorias e intuitivas, se ha asociado también al estudio de sesgos. Por ello, es común encontrar juntos los términos heurísticas y sesgos, especialmente en el ámbito de la investigación en didáctica de la probabilidad y estadística (Chernoff y Sriraman, 2020).

Esa misma asociación con la indagación es la que conduce, en ocasiones, al uso de la expresión *aprendizaje heurístico*, dentro de la familia de enfoques de aprendizaje centrados en el estudiante, como el aprendizaje por indagación, por descubrimiento o a través de la resolución de problemas. En este trabajo asumimos este significado de aprendizaje heurístico, enfocándonos en cómo descubrir algoritmos desde la resolución de problemas.

Algoritmos y significado

Tomaremos la definición de algoritmo de Fan y Bokhove (2014), a la que llegan integrando los matices de diferentes autores, como un conjunto fijo de instrucciones paso a paso para resolver un problema (matemático), con las siguientes características o propiedades: certeza, fiabilidad, transparencia, eficiencia y capacidad de generalización.

El algoritmo de la suma, el de la resta, el de la multiplicación, la división, etc. son personajes habituales de las aulas y, en más ocasiones de las que desearíamos, constituyen el recuerdo que guardamos de lo que fue una clase de matemáticas en el colegio. O en el instituto, porque a los ya mencionados hay que añadir el de la división en caja de polinomios, la regla de Ruffini, la fórmula de la ecuación de segundo grado y el de la raíz cuadrada.

La fascinación que ejercen los algoritmos es tal que muchas veces se confunde el algoritmo con el objeto matemático en cuestión. Así, cuando alguien comenta que un alumno no sabe ni sumar, probablemente se está refiriendo a que no sabe aplicar cierto algoritmo de la suma. Este fenómeno tiene su origen en un énfasis desmedido en la aplicación de dicho algoritmo, fomentando una comprensión instrumental o superficial del concepto matemático en cuestión, las situaciones aditivas en este caso, como señalaba Skemp (1976). Son muchos los autores que, desde diferentes marcos teóricos, inciden en que el significado de un objeto matemático no viene dado únicamente por su definición o la aplicación de un procedimiento, sino que involucra procesos más complejos o un entramado de otros objetos de diferente naturaleza (Godino, 2014; Sfard, 1991; Tall, et al., 1999). Por ejemplo, si estamos hablando de un concepto llamado *suma*, su significado viene dado por las situaciones aditivas a las que responde, las diferentes técnicas o procedimientos de cálculo, sus propiedades, argumentos asociados y formas de representación.

Sin embargo, cuando la enseñanza pone el foco en la utilización de cierto algoritmo, los conceptos se difuminan. De esta forma, al preguntar fuera del contexto escolar a un alumno de 2º ESO por el mínimo común múltiplo de 8 y 12, efectúa lo que se observa en la Figura 1. En lugar de observar que el primer múltiplo de 12 es 24 y que 24 es múltiplo de 8, el alumno obedece al contrato didáctico establecido y procede a factorizar 8 y 12 según el algoritmo de la “rayita”, totalmente innecesario para unos números como 8 y 12 y, a todas luces, si el propósito era encontrar el primer múltiplo en común de estos números. En este caso, la “rayita” trasciende incluso su propósito original como algoritmo de factorización, para integrarse en el algoritmo de búsqueda del mínimo común múltiplo.

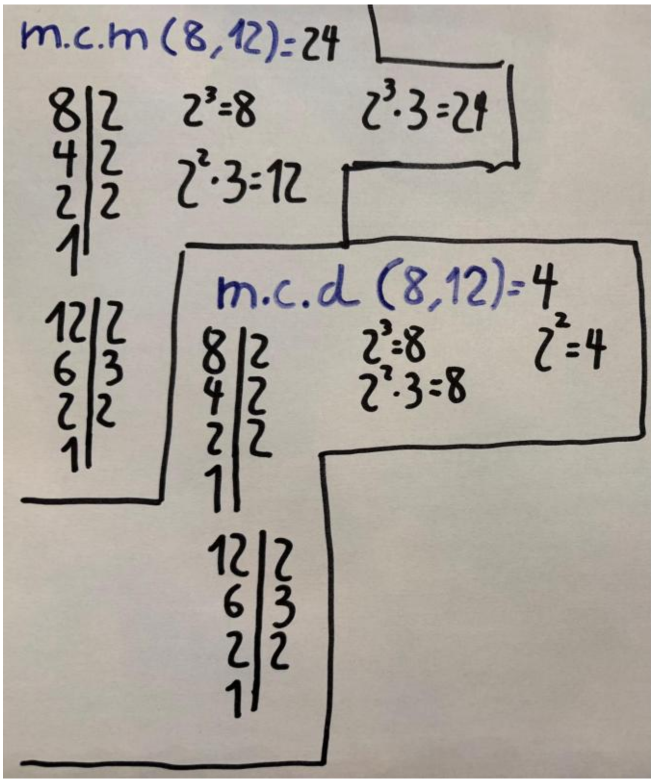


Figura 1. Aplicación del algoritmo de la “rayita” para factorizar 8 y 12.

Descubriendo algoritmos

El papel de los algoritmos en la educación matemática ha ido variando, al menos en las orientaciones internacionales y en los currículos de los últimos treinta años. En algunos países, como Canadá, los algoritmos de las operaciones básicas han desaparecido completamente de los currículos, mientras que en otros, como Suecia, aparecen en el bloque relativo a pensamiento algebraico, en lugar de en el de números o aritmética. No se trata de aplicar algoritmos sin prestar atención a su significado, sino de construirlos, compararlos, optimizarlos y, en definitiva, hacer matemáticas alrededor de ellos. Diatribas como “y qué algoritmo de la resta elijo para mi clase, si el anglosajón de la llevada en el minuendo, o el tradicional español de la llevada en el sustraendo” son absurdas. “Es que se lían si vemos los dos”, suele escucharse alrededor de esta cuestión.

En primer lugar, para restar 13-7 no es necesario ponerlos en vertical, con el 7 alineado debajo del 3. Mucho menos, enseñar la resta con llevada. Es una operación que se puede hacer contando desde el 7 hasta el 13. O viendo lo que falta hasta llegar a 10 y luego añadir 3. Cuando nos vamos a números de dos cifras seguimos disponiendo de estas técnicas flexibles. Si la operación involucra números grandes y arbitrarios, nadie la hace a mano hoy en día, sino que utiliza la calculadora del teléfono móvil. Dicho esto, los algoritmos de las operaciones básicas siguen teniendo su interés, pero este es diferente al que podían tener hace 50 años. Ya no se trata de saber sumar con lápiz y papel lo más rápido posible y sin errores, sino de que la construcción de ese algoritmo y las tareas que se planteen hagan reflexionar sobre propiedades del sistema decimal posicional.

En un aprendizaje heurístico, a través de la resolución de problemas (Beltrán-Pellicer y Martínez-Juste, 2021), no se explicaría detalladamente el algoritmo, sino que se construiría. En el caso de los algoritmos de la resta esto puede hacerse con material manipulativo de base decimal. Si se pretende enlazar con técnicas de conteo, puntos (unidades), barras (decenas) y placas (centenas) pueden hacer el papel perfectamente.

Después de haber trabajado situaciones concretas contextualizadas, y asociar estas situaciones con la operación formal de la suma y de la resta, podemos centrarnos en el contexto intramatemático y representar cantidades con el menor número de piezas del material posible.

En el caso de la resta 243-176 el alumnado representaría con un material estructurado de base 10, por ejemplo, el que observamos en la Figura 2, el minuendo, interpretando la resta como que debe quitarle a esa cantidad la cantidad indicada en el sustraendo dando por solución la cantidad “no extraída”. Si no se da ninguna instrucción, el alumnado podría empezar por las centenas, o las decenas, y llegar a la solución correcta intercambiando bloques de 100 por 10 bloques de 10 o bloques de 10 por diez piezas de 1, es decir, realizando descomposiciones decimales. El alumnado, incluso, podría llegar a encontrar algoritmos alternativos a los usuales en los que se comienza por la cifra de las unidades, lo que daría una buena oportunidad en clase para comparar diferentes procedimientos. En las conversaciones de aula, poniendo en común las diferentes formas de proceder, se puede consensuar que resulta más eficiente comenzar por la cifra de las unidades y que ante la falta de unidades, por ejemplo, se pueden descomponer piezas más grandes en su equivalente en piezas más pequeñas, para poder retirar la cantidad que indica el sustraendo. Una vez realizado este proceso las piezas que quedan sin retirar indican la descomposición decimal del resultado de la sustracción. Si las descomposiciones que se realizan en el minuendo se realizan de forma ordenada de derecha a izquierda nos encontramos ante el llamado, algoritmo anglosajón.

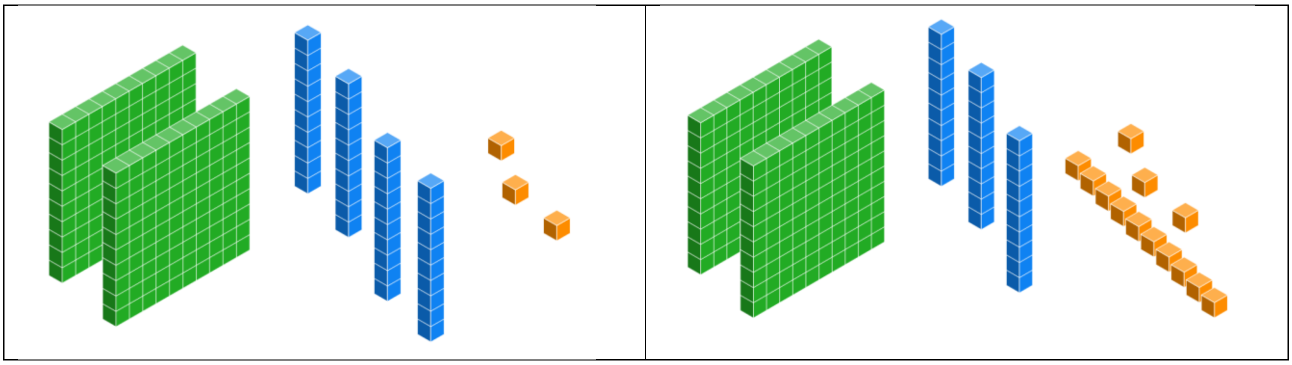
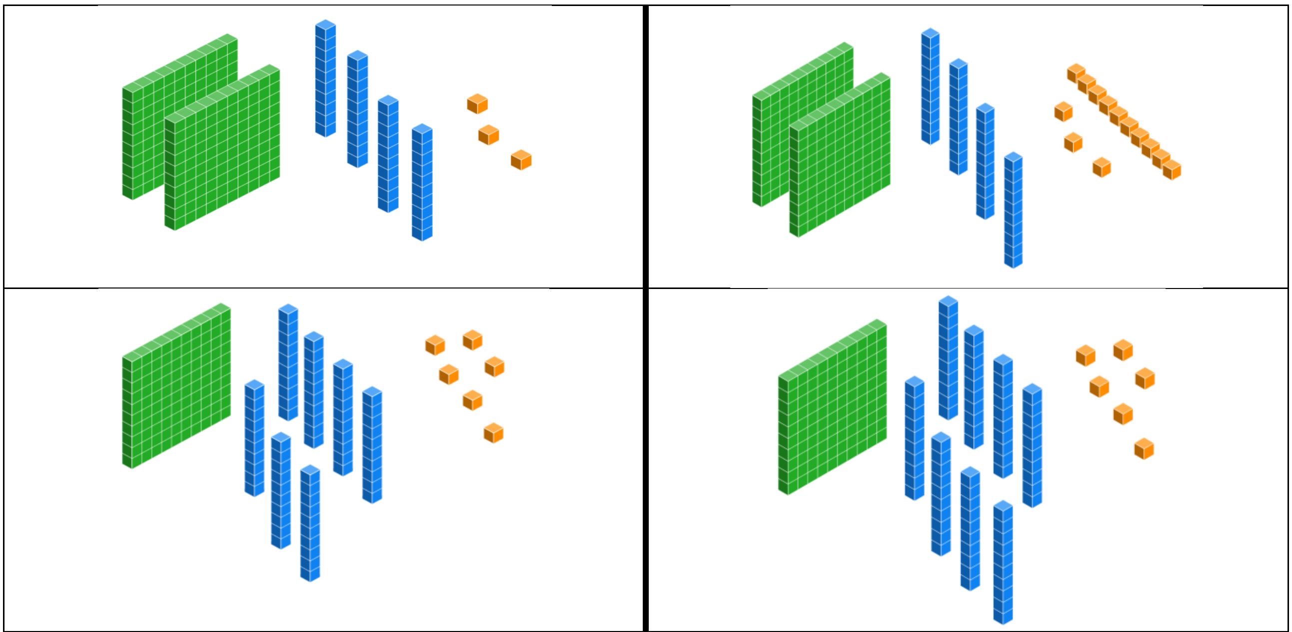


Figura 2. A la izquierda, el número 243 representado mediante puntos, barras y placas. A la derecha, una de las decenas se ha convertido en diez unidades (imágenes realizadas con Polypad).

En cambio, si la resta se interpreta como una comparación, las acciones con el manipulativo pueden ser diferentes, empezando con que sería necesario representar tanto minuendo como sustraendo (Figura 3). En un contexto de comparación, se puede argumentar -recurriendo a contextos cercanos- que la diferencia se mantiene constante si ambos números aumentan en la misma cantidad. Así, si añado diez unidades al minuendo y una decena al sustraendo, la diferencia es la misma, con la ventaja de que ahora se le pueden quitar al minuendo 6 de las 13 unidades. Este es el significado de la llevada en el algoritmo tradicional, al menos en España.



243 - 176	243 - 176= (243 + 10) - (176+10) = = 2·100 + 4·10 + 13 - (1·100 + 8·10 + 6)

Figura 3. A la izquierda se representa 243 – 176, mientras que a la derecha la acción de compensación con el manipulativo da sentido al discurso aritmético de la derecha.

Cuando un docente se pregunta por qué algoritmo es mejor o cuál es más adecuado para enseñar a su alumnado, está errando el foco. En términos computacionales, el segundo que hemos visto es más eficaz, puesto que, en el anglosajón, cuando hay ceros intermedios en el minuendo, la gestión de las llevadas es más complicada. El anglosajón, quizá, se justifica de manera más intuitiva. Ahora bien, en la actualidad no se hacen cuentas a mano más allá de en un ambiente puramente escolar. El objetivo didáctico de los algoritmos de las operaciones básicas en educación matemática no debe estar orientado a la eficiencia de hacer cuentas a mano, sino a la comprensión de elementos del sistema decimal posicional y a la movilización de procesos matemáticos de interés, como la comunicación y la representación. Así mismo, la creación y comparación de algoritmos es una actividad rica que se ubica dentro del pensamiento computacional.

Referencias

Beltrán-Pellicer, P., & Martínez-Juste, S. (2021). Enseñar a través de la resolución de problemas. *Suma, 98*, 11-21.

Chernoff, E.J., & Sriraman, B. (2020). Heuristics and Biases. In: Lerman, S. (eds) Encyclopedia of Mathematics Education. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_100010

Fan, L., & Bokhove, C. (2014). Rethinking the role of algorithms in school mathematics: A conceptual model with focus on cognitive development. *ZDM, 46*(3), 481-492. https://doi.org/10.1007/s11858-014-0590-2

Godino, J. D. (2024). *Enfoque ontosemiótico en educación matemática. Fundamentos, herramientas y aplicaciones*. McGraw Hill-Aula Magna.

Mousoulides, N., & Sriraman, B. (2020). Heuristics in Mathematics Education. In: Lerman, S. (eds) Encyclopedia of Mathematics Education. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_172

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics, 22*(1), 1–36.

Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching, 77*(1), 20-26.

Tall, D., Thomas, M., Davis, G., Gray, E., & Simpson, A. (1999). What is the object of the encapsulation of a process? *Journal of Mathematical Behavior, 18*(2), 223–241.