



RECONOCER PRÁCTICAS, OBJETOS Y PROCESOS MATEMÁTICOS AL SELECCIONAR DIBUJOS ANIMADOS PARA EL AULA DE INFANTIL Y PRIMARIA

Pablo Beltrán-Pellicer. Universidad de Zaragoza. España.
pbeltran@unizar.es

Alberto Arnal-Bailera. Universidad de Zaragoza. España.
albarنال@unizar.es

José María Muñoz-Escolano. Universidad de Zaragoza. España.
jmescola@unizar.es

Resumen

Actualmente, los grados de Magisterio son titulaciones de carácter habilitante. Es decir, los egresados adquieren el derecho de ejercer la profesión de maestro, no teniendo por qué recibir más formación para ello. Consideramos que esta orientación hacia el mundo laboral de los estudios de magisterio debería ir acompañada de la adquisición de unas competencias profesionales. Desde el punto de vista de la enseñanza de las matemáticas, una competencia fundamental consiste en ser capaces de reconocer prácticas, objetos, y procesos matemáticos al seleccionar, diseñar o adaptar tareas para su alumnado. En esta comunicación mostramos cómo se puede trabajar esta destreza mediante la descripción de las matemáticas presentes en fragmentos de series de dibujos animados, recurso habitual en las aulas de primaria y secundaria. Para ello, empleamos las categorías del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos.

Palabras clave: Matemáticas, educación infantil, competencia profesional.



1. Introducción

Los maestros son profesionales que, en su formación inicial, han de adquirir unas competencias que les habiliten para desempeñar su labor en un centro educativo. Una acción habitual que deben realizar es la de diseñar la programación didáctica y sus correspondientes unidades didácticas, donde se plasman los contenidos que deben tratarse y los criterios de evaluación que se aplicarán, entre otros aspectos. Estas unidades deben diseñarse teniendo en cuenta el grupo de alumnos al que se dirige el proceso de enseñanza-aprendizaje y la especificidad de la materia y de los contenidos a tratar. Así mismo, los maestros deciden qué materiales complementarios y qué recursos didácticos se utilizarán. Todas estas funciones requieren de una destreza o competencia que discrimine aquellas tareas y actividades que resultan pertinentes en un momento determinado de aquellas que no lo son.

En esta comunicación se describe en qué consiste esta competencia, aplicada a la selección de fragmentos de series o películas de dibujos animados para su utilización como recurso didáctico. Según el enfoque ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemáticos (Godino, Batanero y Font, 2007), el grado de adecuación o idoneidad de un proceso de estudio debe valorarse desde diferentes perspectivas (Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2006). De esta forma, se han de tener en cuenta la idoneidad epistémica (conocimientos puestos en juego), la idoneidad cognitiva (aprendizaje), la idoneidad afectiva (emociones, actitudes y creencias), la idoneidad interaccional (interacciones entre los agentes implicados), la idoneidad ecológica (normativa) y la idoneidad mediacional (recursos, tanto materiales como temporales). Por ejemplo, siendo que, al proyectar un fragmento o un capítulo entero de unos dibujos animados, se consume cierta cantidad de tiempo lectivo, resulta de vital importancia decidir si el resto de facetas justifican la pertinencia de realizar dicha actividad o no.

El trabajo que se presenta comienza describiendo brevemente los dibujos animados como recurso didáctico, esbozando el marco teórico en que se apoyará el posterior análisis de los fragmentos. Dicho marco teórico utiliza nociones del EOS (Godino, Batanero y Font, 2007) y, en particular, las categorías necesarias para identificar las matemáticas presentes en tareas matemáticas escolares (Giacomone, Godino, Wilhelmi y Blanco, 2016; Godino, Batanero, Font y Giacomone, 2016). Posteriormente, se ejemplifica uno de tales análisis, como referencia para un futuro análisis de las competencias que muestran los futuros maestros de educación infantil y primaria.

2. Dibujos animados como recurso didáctico

La utilización de películas y series de ficción, incluidas las de dibujos animados, forma parte de diversas propuestas didácticas y de investigación. Los objetivos que suelen perseguirse mediante este recurso didáctico los describe Perales (2006), en el marco de una investigación en educación en ciencias experimentales:

No es el momento de abundar en los resultados generados a través de las distintas etapas de la investigación, simplemente diremos que el análisis de los dibujos animados en el aula estimula la capacidad de observación de los estudiantes, su participación activa en las discusiones que tienen lugar en aquella, su interés por la asignatura, su análisis crítico de la televisión, la explicitación de sus concepciones sobre ciertos fenómenos físicos y la mejora de su aprendizaje y nivel de argumentación. (Perales, 2006, p. 26)



En cuanto a la relación específica de las películas, series y dibujos animados con las matemáticas, una simple búsqueda en internet nos revela numerosas páginas que se erigen como verdaderas bases de datos de referencias matemáticas en el cine y en otros medios. La magnitud de estas compilaciones es lo suficientemente grande como para justificar que la relación entre cine y matemáticas no es fortuita, sino que merece la pena considerarla como recurso en el aula y como objeto de investigación. Así, la página web *MMDB The Mathematical Movie Database*²⁰ incluye más de 800 referencias, mientras que la página *Matemáticas en tu mundo: matemáticas en el cine y en las series de TV*²¹, ofrece unas 300 entradas, entre películas y series, con propuestas didácticas. Hay series de ficción especialmente ricas en contenido matemático, como *Numb3rs* (Falacci y Heuton, 2005), *Los Simpson* (Groening, 1989) y *Futurama* (Groening, 1999) que han dado lugar a auténticos monográficos²² (Singh, 2013; Sklar y Sklar, 2012).

Varios de estos autores, docentes e investigadores que emplean este recurso en sus aulas, principalmente de educación secundaria, continúan su trabajo en forma de libros (Polster y Ross, 2012; Población, 2006; Sorando, 2014, 2015), cursos de formación para profesores²³ y propuestas didácticas (Raga, Muedra y Requena, 2009).

Población (2014) se hace eco de la abundancia de referencias matemáticas en series de animación orientadas al público infantil. Señala que, aunque las referencias sean sencillas (símbolos, fórmulas y gráficos), las matemáticas suelen mostrarse como una actividad útil y cotidiana.

En trabajos anteriores (XXX, XXX) hemos investigado este recurso y los objetivos que se alcanzan con secuencias didácticas que lo utilizan. Las fuentes que consideramos son siempre obras de ficción. Es decir, distinguimos entre aquellas que han sido creadas con un fin exclusivamente didáctico y aquellas cuya función principal es la de entretener. Así, nuestro interés se orienta a éstas últimas, lo que cuando se enfoca al ámbito de los dibujos animados para edades de infantil y primaria, se traduce normalmente en series y películas que forman parte de la programación de los medios para el gran público.

De esta forma, al no tratarse de producciones orientadas al aula, disminuye la probabilidad de rechazo que pudiesen manifestar ciertos niños en función de sus creencias hacia las matemáticas, sobre todo cuando alcanzan segundo ciclo de primaria. Además, al ser series que han sido emitidas en medios de amplia difusión, es posible que los niños ya estén familiarizados con los personajes y se vean motivados a realizar las tareas propuestas.

Por otro lado, la necesidad de gestionar de forma eficaz el tiempo lectivo ocasiona que los esfuerzos se centren en fragmentos de estas obras, más que en capítulos completos o películas íntegras. Es algo en lo que coinciden los autores ya mencionados y que resulta necesario. Por otro lado, basta con una pequeña introducción por parte del docente para contextualizar correctamente el visionado de un fragmento de unos 2 minutos de duración.

²⁰ Base de datos mantenida por B. Polster y M. Ross: <http://www.gedcat.com/moviemath>

²¹ Página web de J.M. Sorando: http://catedu.es/matematicas_mundo/CINE/cine.htm.

²² *simpsonsmath.com*, página web con una guía de las matemáticas que aparecen en Los Simpson, que mantienen S. J. Greenwald y A. Nestler: <http://mathsci2.appstate.edu/~sig/simpsonsmath/>; *The Math behind Numb3rs*, de Wolfram Research, Inc: <http://numb3rs.wolfram.com>

²³ Son representativos los cursos que ofrecen en su página web Abel Martín y Marta Martín, varios de ellos en colaboración con sociedades de educación matemática y centros de formación de profesores: <http://www.aulamatematica.com/mathsmovies/>



3. Prácticas, objetos y procesos matemáticos.

Gestionar el tiempo lectivo implica también seleccionar recursos didácticos y diseñar secuencias de aula que sean significativas. Cuando se trata de educación matemática, los maestros han de ser competentes efectuando un análisis didáctico que, en el marco del enfoque ontosemiótico (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2007) se traduce en reconocer la diversidad de objetos matemáticos presentes en las prácticas matemáticas realizadas para abordar la realización de la tarea, así como las relaciones y procesos en torno a ellos. La ontología que define el EOS distingue como objetos primarios, para cada situación-problema, los siguientes:

- Elementos lingüísticos: todas aquellas entidades, como expresiones, notaciones o gráficos, definidas a partir de sus múltiples registros y representaciones semióticas (verbal, gestual, escrito, etc.)
- Conceptos: se introducen mediante definiciones o descripciones.
- Proposiciones: enunciados que se construyen sobre los conceptos.
- Procedimientos: algoritmos de cálculo, técnicas, operaciones.
- Argumentos: enunciados que se elaboran para justificar los procedimientos y proposiciones formulados a partir de los conceptos.

De esta forma, se amplía la tradicional distinción entre conceptos y procedimientos. Por otro lado, en torno a estos objetos, el EOS propone un segundo nivel de análisis, reconociendo los atributos funcionales de estos objetos y los procesos que tienen lugar. Dada la naturaleza del recurso, cuya forma de expresión audiovisual podría considerarse como un lenguaje propio (el cinematográfico), resulta interesante indagar en los procesos de significación y representación (Godino, Wilhelmi y Lurduy, 2011) que se dan entre los diferentes objetos. El objetivo de este trabajo es realizar un análisis de este tipo sobre fragmentos seleccionados de dos series de dibujos animados, con la vista puesta en su posterior inclusión en la formación inicial de maestros de educación infantil y primaria.

4. Análisis de algunos fragmentos de dibujos animados.

4.1. Objetos primarios en situaciones de conteo.

Se han seleccionado fragmentos de *Dora: la exploradora* (Gifford, Walsh y Weiner, 2000-2014) y de *Equipo Umizoomi* (Kim, 2010-2015), por estar ambas series orientadas a niños en edad preescolar, a partir de los tres años, y por incluir referencias matemáticas.

La mayoría de las referencias matemáticas que aparecen en estas series de dibujos corresponden a situaciones de conteo. No obstante, se encuentran otras situaciones en las que los personajes reconocen polígonos y en *Equipo Umizoomi*, que presenta una mayor diversidad (los personajes tienen “superpoderes matemáticos”) apareciendo incluso sistemas de coordenadas cartesianas.



Figura 1. *Dora: la exploradora* (ep. 3x02, "Los camiones"), recuento de un cardinal de forma verbal.

En el episodio 3x02 de *Dora: la exploradora* (*Los camiones*) se plantea una situación representativa. Hay una colección de objetos y Dora, o el mono Botas, pide a los niños (ruptura de la cuarta pared) que los cuenten. Se trata de una situación de recuento de un cardinal, que suele ser siempre menor que nueve. El diálogo del fragmento de la Figura 1 es:

- [DORA] ¡Contad conmigo!
- [DORA Y BOTAS] Una, dos, tres, cuatro, cinco, seis.
- [BOTAS] ¡Seis estrellas!

En este caso, la situación es plenamente técnica y no está motivada porque sea necesaria para avanzar en la trama ni para resolver un problema. Simplemente, hay una colección de objetos (estrellas) que Dora y Botas han ido recogiendo a lo largo del episodio y, al final, Dora decide contarlos. Atendiendo a la ontología de objetos primarios del punto anterior, los conceptos referidos se reducen esencialmente al de número, como cardinal de un conjunto. Por otro lado, se ilustra el procedimiento de recuento disponiendo los elementos de uno en uno a la vez que se recita la secuencia numérica, empezando por uno, que se sustenta en las proposiciones representadas por los principios de conteo (correspondencia uno a uno y el cardinal de un conjunto es el último que se recita). No se aprecian argumentos que justifiquen las proposiciones ni los procedimientos. Finalmente, en el plano lingüístico, los objetos aparecen representados de forma gráfica y los números se expresan verbalmente.

Esta configuración de objetos primarios se encuentra repetida en múltiples episodios con pequeñas variaciones. De esta forma, en el episodio 3x07 de *Dora: la exploradora* (*La ciudad perdida*), una pantalla les indica lo siguiente (Figura 2):

- [PANTALLA] Para saber a cuál de los ascensores debéis subir, tenéis que contar conmigo hasta 8, amiguitos.
- [DORA Y BOTAS, mientras saltan] Uno, dos, tres, ... ocho.

Aquí no se plantea ningún problema tampoco. Aunque la pantalla podría haberles dicho que tenían que ir al octavo nivel, les indica directamente que lo que tienen que hacer es contar. La novedad respecto a la configuración anterior es que aparece el registro simbólico escrito (los números indoarábicos) y que, aunque se reciten los números cardinales, el concepto subyacente es el de número como ordinal.



Figura2. *Dora: la exploradora* (ep. 3x07, "La ciudad perdida"), recuento de un ordinal y aparición del registro simbólico a la par que el registro verbal.

Al considerar las situaciones que se plantean en *Equipo Umizoomi*, se descubren también configuraciones de objetos primarios similares, puramente técnicas, por ejemplo, cuando uno de los personajes dice que tiene el superpoder de contar hacia atrás (Figura 3):

- [MILLIE] Umiamigos, ¡sois vosotros!, ¡también tenéis superpoderes matemáticos! Veamos vuestros superpoderes, contad hacia atrás conmigo, ¡empezamos en cinco! Cinco, cuatro, tres, dos, uno.



Figura3. *Equipo Umizoomi* (ep. 1x01, "El festival de cometas"), recitado de la secuencia numérica hacia atrás, registro simbólico a la par que el registro verbal.

Ahora bien, en *Equipo Umizoomi* se identifican situaciones verdaderamente problemáticas que se van resolviendo a lo largo del episodio, lo que permite introducir argumentos que apoyen las proposiciones y los conceptos, además de enriquecer la trama semiótica con la inclusión de nuevos significados. Por ejemplo, en el episodio 1x02 de *Equipo Umizoomi* ("El acuario"), los personajes deben reparar la grieta de un acuario. Enmarcada en el proceso, aparece una situación de conteo diferente a las mencionadas (Figura 4):

- [MILLIE] ¡Milimedida!, ¡vamos a ver qué larga es la grieta! ¡Contad conmigo!



Figura 4. Equipo Umizoomi (ep. 1x02, “El acuario”), el número natural como medida.

Se aprecia que vuelve a aparecer el concepto de número, en sus registros simbólico y verbal, pero también aparecen, al menos, dos conceptos nuevos, el de longitud y el de número como medida. Esto da pie a la utilización de diferentes procedimientos, como el de utilización de una cinta con marcas equiespaciadas para medir la longitud, que se añade a las técnicas de contar. Por otro lado, toda la situación viene motivada por un argumento concreto, el que se refiere a que necesitan calcular la longitud para poder reparar la grieta.

En el episodio 1x17 de Equipo Umizoomi (“A la biblioteca”), se plantea la búsqueda de un libro en la biblioteca (Figura 5):

- [MILLIE] Estamos buscando el libro número 100. Este libro tiene el número 95, vamos a contar hasta 100. Empezamos por el 95. Contad conmigo. 95, 96, 97, 98, 99 y 100. ¡Aquí está!
- [MILLIE, cantando] Con la referencia tu libro encontrarás, los números del lomo te indican dónde está, con los códigos todo encontrarás. ¡Números de referencia!



Figura 4. Equipo Umizoomi (ep. 1x17, “A la biblioteca”), el número ordinal para identificar objetos.

Las configuraciones presentes en los fragmentos de *Dora* en torno al concepto de número ordinal plantean directamente el recitado de la secuencia numérica. Sin embargo, en el caso de este fragmento, el concepto de número ordinal es necesario porque se está buscando un volumen en concreto de una colección ordenada, pero también se da el significado del número

como código o etiqueta. Por otro lado, el cardinal del conjunto es 100, lo cual aumenta la edad del público objetivo y será algo a tener en cuenta para utilizar este fragmento en el aula. Este hecho, además, introduce nuevos conceptos, siendo el más claro el de sistema de numeración posicional decimal, con todo lo que ello conlleva (órdenes de magnitud, el cero).

4.2. Procesos de significación y representación.

El desglose de objetos matemáticos primarios llevado a cabo en la sección 4.1 es el primer nivel de análisis ontosemiótico. Estos objetos pueden considerarse, dependiendo del contexto de la práctica en la que se insertan, en una serie de dimensiones duales, que a su vez se pueden analizar desde la perspectiva proceso-producto (Godino et al., 2007). Una de estas dualidades es la personal-institucional, que permite distinguir entre *significados personales* de los objetos matemáticos y *significados institucionales*. Igualmente, es fundamental concebir los objetos como entidades relacionales, sobre los que actúan funciones semióticas que establecen relaciones entre un antecedente (expresión o significante) y un consecuente (contenido o significado)²⁴.

Fragmento	Expresión (significante)	Contenido (significado)	Criterio o regla (función)
Dora 3x02	"Contad conmigo" 	Conjunto de objetos que deben contar los niños a la vez que los personajes. Concepto de cardinal.	Se recita la sucesión numérica separando las estrellitas del montón inicial. El cardinal del conjunto es el último término que se pronuncia.
Dora 3x07	"Tenemos que contar hasta 8." 	Situación-problema: ¿en qué ascensor deben subirse los personajes? Concepto de ordinal.	Se recita la sucesión (en este caso, la cardinal) y el ordinal se corresponde con el último número que se pronuncia.
Umi 1x01	"El superpoder de contar hacia atrás" 	Secuencia numérica que hay que recitar hacia atrás.	Se recita la sucesión hacia atrás, empezando por el 5.
Umi 1x02	"Hay una grieta en el acuario." 	Situación-problema: - Hay una grieta y es un problema. - Se debe medir la grieta del acuario para arreglarlo. - Concepto de número como medida.	Hay que tomar una unidad de medida como referencia y contar cuántas veces "cabe" en la grieta. Para eso, se utiliza una regla donde está representada la secuencia numérica a intervalos equiespaciados.
Umi 1x17	"Buscamos el libro 100" 	Situación-problema: - Hay que encontrar el libro etiquetado con el número 100. - Sabemos dónde está el 95.	Se empiezan a contar los libros a partir del 95, recitando la secuencia numérica, hasta llegar al 100.

Tabla 1. Interpretación semiótica de objetos lingüísticos en los fragmentos comentados.

²⁴ El EOS considera otras perspectivas, pero por razones de espacio, en este trabajo nos centraremos en las dualidades mencionadas.



En la Tabla 1 se muestra la interpretación semiótica general de los objetos lingüísticos que aparecen en los fragmentos utilizados. Para completar la interpretación semiótica sería necesario considerar los objetos conceptuales, procedimentales, proposicionales y argumentales, pero en el plano lingüístico los procesos de significación y representación permiten describir, en primera instancia, la complejidad del fragmento correspondiente y la tarea que se propone.

Los niños tienen que entender el significado de los elementos lingüísticos que aparecen en los fragmentos, tanto de lo que expresan verbalmente los personajes como de las entidades simbólicas (números) y gráficas (grieta, estrellitas, ascensores, etc.). Es decir, llevan a cabo procesos de significación que pueden evidenciar dificultades de comprensión. Por lo tanto, los maestros deben tener en cuenta estos procesos para seleccionar los fragmentos idóneos sobre los que proponer tareas para sus alumnos.

5. Conclusiones.

Los análisis ontosemióticos efectuados sobre los fragmentos seleccionados de *Dora: la exploradora* y de *Equipo Umizoomi* revelan diferencias importantes entre las configuraciones de objetos primarios (conceptos, proposiciones, procedimientos, argumentos y elementos lingüísticos) y entre las tramas de funciones semióticas. Es responsabilidad de los maestros el ser competentes a la hora de seleccionar los recursos y las tareas para el aula, valorando la idoneidad didáctica de las secuencias a implementar. Un primer paso consiste en realizar análisis similares al ofrecido en esta comunicación, que puede tomarse como un primer paso para evaluar la idoneidad epistémica de fragmentos de dibujos animados y como una referencia para establecer la idoneidad cognitiva y ecológica, dependiendo del grupo de alumnos objetivo.

De esta forma, cada uno de los fragmentos analizados puede ser idóneo en determinadas circunstancias. A pesar de que las configuraciones de los fragmentos de *Umizoomi* analizados son más ricas que las de *Dora*, esto no quiere decir que deban abandonarse estos últimos. Si lo que se pretende en un momento determinado es que los niños trabajen técnicas de recitado simplemente, los fragmentos de *Dora* serán más adecuados, más idóneos. Mientras que si lo que quiere trabajar el docente es la resolución de problemas, o ampliar el concepto de número, deberá seleccionar los fragmentos de *Umizoomi*.

Referencias bibliográficas.

- Giacomone, B., Godino, J. D., Wilhelmi, M. R. y Blanco, T. F. (2016). Reconocimiento de prácticas, objetos y procesos en la resolución de tareas matemáticas: una competencia del profesor de matemáticas. En C. Fernández, J. L. González, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 275-284). Málaga: SEIEM.
- Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2007). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- Godino, J. D., Batanero, C., Font, V. y Giacomone, B. (2016). Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: el modelo CCDM. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T.



- Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 285-294). Málaga: SEIEM.
- Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. R. (2006) Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, 27(2), 221-252.
 - Godino, J. D., Giacomone, B., Wilhelmi, M. R., Blanco, T. F. y Contreras, A. (2015). *Configuraciones de prácticas, objetos y procesos imbricadas en la visualización espacial y el razonamiento diagramático*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/eos/JDGodino_DiagramasEOS.pdf
 - Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R. y Lurduy, O. (2011). Why is the learning of elementary arithmetic concepts difficult? *Educational Studies in Mathematics*, 77(2), 247-265.
 - Perales, F. J. (2006). Uso (y abuso) de la imagen en la enseñanza de las ciencias. *Enseñanza de las ciencias*, 24(1), 13-30.
 - Población, A. J. (2006). *Las Matemáticas en el Cine*. Proyecto Sur de Ediciones S.L. Real Sociedad Matemática Española.
 - Población, A. J. (2014). Cine y matemáticas: Dibujos animados y matemáticas. *UNO. Revista de Didáctica de Las Matemáticas*, 66.
 - Polster, B. y Ross, M. (2012). *Math Goes to the Movies*. Johns Hopkins University Press.
 - Raga, M. C., Muedra, A., y Requena, J. (2009). Matemáticas de cine: una propuesta innovadora. *Suma: Revista Sobre Enseñanza Y Aprendizaje de Las Matemáticas*, 62, 19-24.
 - Singh, S. (2013). *The Simpsons and their Mathematical Secrets*. London, UK: Bloomsbury Publishing Plc.
 - Sklar, J.K., y Sklar, E.S. (2012). *Mathematics in Popular Culture; Essays on Appearances in Film, Fiction, Games, Television and Other Media*. Jefferson, N. C.: McFarland.
 - Sorando, J. M. (2014). *100 escenas de cine y TV para la clase de Matemáticas*. Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM).
 - Sorando, J. M. (2015). *Aventuras matemáticas en el cine*. Guadalmazán.